MIIA – Präsenzaufgaben Nr. 11
4.7. – 6.7.2007

1. Sei die Funktion $U : \Omega \to \mathbb{R}$, $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, 2mal stetig partiell differenzierbar. Man untersuche, unter welchen Bedingungen $\mathrm{rot} \nabla U = 0$ gilt.

2. Warum ist $u(x, y) = |xy|$ nicht total differenzierbar in $\mathbb{R}^2$?

3. Man bestimme die Ableitung von

   a) $U(x) = \|x\|^m$, $x \in \mathbb{R}^n$, soweit sie existiert.

   b) $f(x, y) = (xy^2, x^2y)$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, soweit sie existiert.

   c) $g(x, y) = (x + y, y + z, z + x)$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, soweit sie existiert.

   d) $h(x, y) = (e^{xy}x^{-1}, |(x - 1) \cos y|)$, $(x, y) \in R^2, x \neq 0$, soweit sie existiert.

4. Man entscheide, ob die Abbildung $A \mapsto A \circ A$, $A \in \mathcal{L}(E, E)$ differenzierbar ist und bestimme gegebenenfalls die Ableitung.

5. Kann man die Ableitung eines Polynoms der Form $u(x, y) = C + ax^2 + 2byx + cy^2 + \lambda x^4 + \rho y^4$ wieder differenzieren? Und was kommt heraus? Was ist die Beziehung zu konservativen Vektorfeldern?